

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学選抜試験問題
(2020年度10月期入学・2021年度4月期入学)

Admissions for October 2020 and for April 2021

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2020年8月1日 13:00 – 16:00

August 1, 2020 13:00 - 16:00

専門基礎A

Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「**専門基礎A**」の問題用紙で、表紙共に 16 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。**4問を選択して解答すること。** 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set A**” in 16 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎 A

A-1, **A-2**, **A-3**, **A-4**, **A-5**, **A-6**, **A-7**, **A-8**, **A-9** の9問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer 4 questions out of **A-1**, **A-2**, **A-3**, **A-4**, **A-5**, **A-6**, **A-7**, **A-8**, and **A-9**.

A-1

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 下記の問に答えよ。

Answer the following questions.

(a) 次の極限を求めよ。

Find the following limit.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

(b) 次の極限を求めよ。

Find the following limit.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

(c) 次の極方程式で表される直交座標系での曲線を図示せよ。

Sketch a graph of the following polar equation of a curve in an orthogonal coordinate system:

$$r = 1 + \cos \theta$$

(d) 問 (c) の曲線で囲まれる面積を求めよ。

Find the area enclosed by the curve in Question (c).

(2) 下記の問に答えよ。ただし、行列 A_3 , A_4 は次式で与えられる。

Answer the following questions. Matrices A_3 and A_4 are given as follows:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{bmatrix}$$

(a) A_3^{-1} を求めよ。

Find A_3^{-1} .

(b) 行列式 $\det(A_4)$ を求めよ。因数分解した形にすること。

Find determinant $\det(A_4)$ in a factorized form.

A-2

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) フーリエ余弦変換は次式で定義される。

Note that the Fourier cosine transform of a function $f(t)$ is defined as

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t \, dt$$

また、その逆変換は次式で与えられる。

The inverse Fourier cosine transform is given by

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cos \omega t \, d\omega$$

次の方程式を満たす関数 $f(t)$ を求めよ。

Find a function $f(t)$ that satisfies the following equation.

$$\int_0^{\infty} f(t) \cos xt \, dt = \begin{cases} 1-x & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x > 1) \end{cases}$$

- (2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

Find the general solution of the following differential equation.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

- (3) 留数定理を用いて次の積分 I を求めよ。

Evaluate the following integral I by using the residue theorem.

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{(3 + \cos \theta)^2} d\theta$$

A-3

下記のすべての問に答えよ。ただし、導体、電荷、コイル等は全て真空中に置かれているものとし、真空中の誘電率、透磁率はそれぞれ ϵ_0 、 μ_0 とする。

Answer all the following questions. All materials in the questions such as conductors, charges, and coils are placed in vacuum. The permittivity and permeability of vacuum are ϵ_0 and μ_0 , respectively.

- (1) 半径 a 、長さ $2L$ の円筒状導体 X が図 (a) のように置かれている。導体 X の中点 O から距離 r の位置の点を P とする。OP は導体 X に垂直である。

Consider a cylindrical conductor X with a radius of a and a length of $2L$ placed as shown in Figure (a). The point P is located at a distance r from the middle point O of the conductor X. OP is orthogonal to the conductor X.

- (a) 導体 X の半径 a は点 P までの距離 r に比べて無視できるとし、一様な線密度 λ の電荷を導体 X に分布させたとする。原点 O から距離 s の位置にある微小区間 ds 上の電荷要素 λds が作る、点 P における電位を求めよ。

Assume that the radius a of the conductor X can be ignored compared to the distance r . The electric charge is distributed to the conductor X with uniform charge density λ per unit length. Find the electric potential at the point P due to the electric charge segment λds at a distance s from the origin O.

- (b) 問 (a) の導体 X 全体が作る、点 P における電位を求めよ。

Find the electric potential at the point P due to the whole conductor X in Question (a).

- (c) 問 (a) の導体 X 全体が作る、点 P における電界を求めよ。

Find the electric field at the point P due to the whole conductor X in Question (a).

- (d) L が r に対して十分長く、 $r/L = 0$ と近似できる場合、問 (a) の導体 X 全体が作る、点 P における電界を求めよ。

Find the electric field at the point P due to the whole conductor X in Question (a) when L is sufficiently long compared to r so that r/L can be approximated to be 0.

- (e) 図 (b) のように、X と同じ形状の円筒状導体 Y を、その中点が点 P を通り X と平行となるように置いた。この 2 つの導体間の静電容量を求めよ。ただし、 $a \ll r$ であり、一方の導体の電荷はもう一方の導体の電荷分布に影響を与えないと仮定し、導体を作る電界は問 (d) で求めた式で与えられるとする。

A cylindrical conductor Y that has the same shape as the conductor X is placed parallel to the conductor X as shown in Figure (b), where the middle point of Y coincides with the point P. Find the electrostatic capacity between the two conductors. Assuming $a \ll r$, one conductor does not affect the charge distribution of the other conductor, so that the electric field due to the conductors can be given by the equation obtained in Question (d).

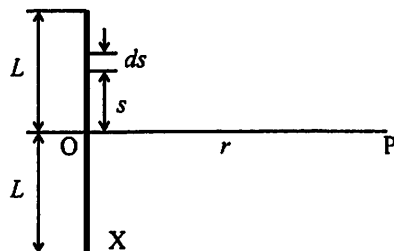


図 (a)
Figure (a)

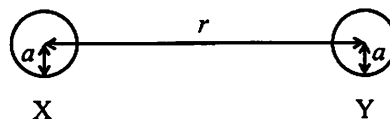


図 (b)
Figure (b)

- (2) 断面の半径 d 、単位長さ当たりの巻数 n の無限に長いソレノイドがあり、電流 I が流れている。
Consider an infinite solenoid of radius d and n turns per unit length, where electric current I flows.

- (a) アンペールの周回積分の法則を用いてソレノイド内部の磁界の大きさを求め、ソレノイド内部の磁界の大きさが一様であることを示せ。ただし、ソレノイド外部の磁場が0であることは既知としてよい。

Using Ampère's circuital law, find the magnitude of the magnetic field in the solenoid and show that the magnitude of the magnetic field inside the solenoid is constant. Assume the fact that the magnetic field outside the solenoid is 0.

- (b) ソレノイドの単位長さ当たりの自己インダクタンスを求めよ。

Find the self-inductance of the solenoid per unit length.

- (c) ソレノイドの内部に、半径 a ($a < d$)、巻数1の円形コイルを、中心軸が一致するように置いた。ソレノイドと円形コイルの相互インダクタンスを求めよ。

Put a circular one-turn coil of radius a ($a < d$) inside the solenoid so that the central axis of the coil coincides with that of the solenoid. Find the mutual inductance between the solenoid and the coil.

A-4

下記のすべての問に答えよ。

(English translation is given on the next page.)

(1) 図(a)に示す交流回路について、以下の問に答えよ。

- (a) 回路の a-b から左側部分の等価回路を図(b)に示す。等価電圧源 V_s とインピーダンス Z_s を求めよ。
- (b) Z_s が純抵抗となる条件を求めよ。
- (c) 負荷抵抗 R_L における消費電力を最大にさせるための条件を示せ。

(2) 図(c)に示す理想的な演算増幅器を用いた回路について、以下の問に答えよ。(回路の入力電圧と電流を、それぞれ V_1, I_1 とする。 V_2, V_3, V_4, V_5 は、それぞれ図中の節点電圧である。 Z_3 と Z_5 を流れる電流を、それぞれ I_3, I_5 とする。)

- (a) V_3 と V_5 を求めよ。
- (b) I_3 と I_5 を求めよ。
- (c) V_1/I_1 を求めよ。
- (d) Z_1 から Z_5 のひとつをキャパシタとしその他を抵抗とすれば、回路のインピーダンスが純インダクタンスとなる。どの素子をキャパシタとすべきか理由と共に示せ。

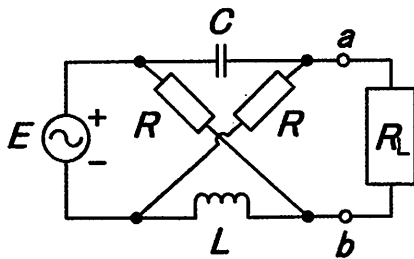


図 (a)

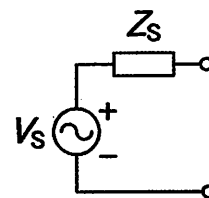


図 (b)

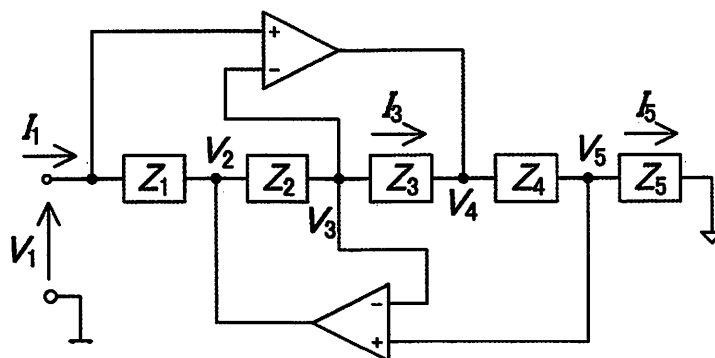


図 (c)

Answer all the following questions.

(1) For the AC circuit shown in Figure (a), answer the following questions.

- Equivalent circuit of left part of a-b of the circuit is shown in Figure (b). Find the equivalent voltage source V_s and impedance Z_s .
- Show the condition to make Z_s pure resistance.
- Show the condition to make power consumption at the load resistance R_L maximum.

(2) For the circuit with ideal operational amplifiers shown in Figure (c), answer the following questions. (Input voltage and current are V_1 and I_1 , respectively. V_2 , V_3 , V_4 and V_5 are node voltages shown in the figure. Currents flowing through Z_3 and Z_5 are I_3 and I_5 , respectively.)

- Find V_3 and V_5 .
- Find I_3 and I_5 .
- Find V_1/I_1 .
- By substituting one of elements $Z_1—Z_5$ as a capacitor and the others as resistors, the impedance of the circuit becomes pure inductance. Show which element should be the capacitor. Also, explain the reason.

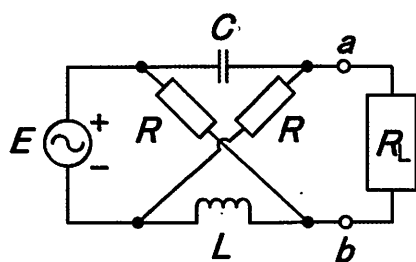


Figure (a)

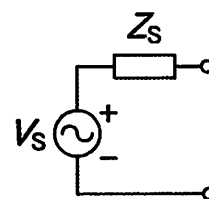


Figure (b)

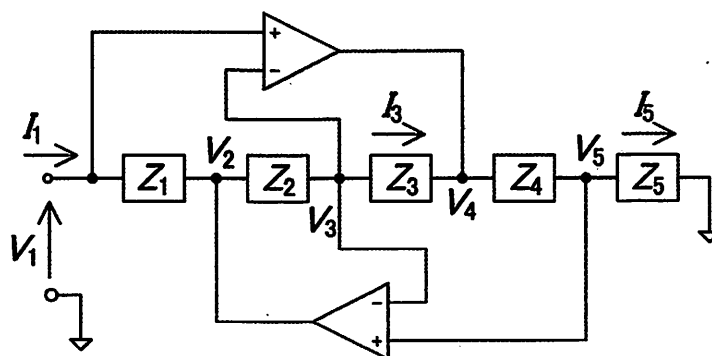


Figure (c)

A-5

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

- (1) S_A と S_B は独立で記憶のない定常情報源であり, S_A は情報源記号 0, 1 をそれぞれ 0.7, 0.3 の確率で, S_B は 0, 1 をそれぞれ 0.6, 0.4 の確率で発生させる. 以下の問に答えよ. ただし, $\log_2 3 = 1.6$, $\log_2 5 = 2.3$, $\log_2 7 = 2.8$ とせよ.
- (a) S_A のエントロピーを算出せよ.
 - (b) S_A の n 次の拡大情報源を考える. $n = 2$ としたときの拡大情報源に対し 2 元ハフマン符号化を施せ. また, そのときの情報源記号 1 つあたりの平均符号長を算出せよ.
 - (c) 問 (a) のエントロピーと問 (b) の情報源記号 1 つあたりの平均符号長との大小関係がどうなるべきか, 理由とともに答えよ.
 - (d) 問 (b) の n を大きくするほど情報源記号 1 つあたりの平均符号長は増加するか, あるいは減少するか, 理由とともに答えよ.
 - (e) 情報源 S_X は 2 つの状態をもち, 状態 s_A では S_A に従い, 状態 s_B では S_B に従って情報源記号を発生させる. S_X が 1 を発生させると, その状態が遷移する. S_X の状態遷移図を描け.
 - (f) 問 (e) の S_X の定常分布を求めよ.
 - (g) 問 (e) の S_X のエントロピーを算出せよ. 小数第 2 位を切り捨てること.
- (2) 下記の通信路符号化に関する問に答えよ. ただし, C を生成多項式が $G(x) = x^4 + x + 1$ である符号長 15 の 2 元巡回符号とする.
- (a) 多項式表現 $x^{10} + x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ で表される符号語は, C の符号語か否か判定せよ.
 - (b) 多項式表現 $x^5 + x^3 + x$ の情報ビット列が与えられた場合の符号語の多項式表現を組織符号の形で示せ.
 - (c) C の最小距離を求めよ.
 - (d) C によって訂正される最大誤りビット数を求めよ.
 - (e) ビット誤り率 p である記憶のない 2 元対称通信路を介した, C を用いた通信を考える. 訂正可能な誤りは全て訂正する場合の復号誤り率を求めよ.
 - (f) 通信路符号化定理を述べよ.

Answer all the following questions.

- (1) S_A and S_B are independent and stationary memoryless information sources. S_A generates information symbols 0 and 1 with probabilities 0.7 and 0.3, respectively, while S_B generates 0 and 1 with probabilities 0.6 and 0.4, respectively. Answer the following questions. $\log_2 3 = 1.6$, $\log_2 5 = 2.3$, and $\log_2 7 = 2.8$ may be used.
- (a) Find the value of the entropy of S_A .
 - (b) Consider the n th extension of S_A . Find a binary Huffman code for the second extension ($n = 2$) of S_A and the expected codeword length per symbol.
 - (c) Compare the entropy in Question (a) and the expected codeword length per symbol in Question (b). Explain which should be larger and the reason.
 - (d) Explain whether the expected codeword length per symbol in Question (b) increases or decreases as n in Question (b) increases and the reason.
 - (e) An information source S_X has two states and generates information symbols by following S_A and S_B when its state is s_A and s_B , respectively. S_X transits from a state to the other state when it generates 1. Draw the state diagram of S_X .
 - (f) Find the stationary distribution of S_X in Question (e).
 - (g) Find the value of the entropy of S_X in Question (e). Round down to one decimal place.
- (2) Answer the following questions related to channel coding. Let C be the binary cyclic code of length 15 that has generator polynomial $G(x) = x^4 + x + 1$.
- (a) Determine whether $x^{10} + x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ is a codeword polynomial of C or not.
 - (b) Find the codeword polynomial for the message polynomial $x^5 + x^3 + x$ in a systematic form.
 - (c) Find the minimum distance of C .
 - (d) Find the maximum number of error bits corrected by C .
 - (e) Consider communications with C through a memoryless binary symmetric channel with crossover probability p . Evaluate the probability of decoding failure assuming that any correctable errors are corrected.
 - (f) Explain the channel coding theorem.

以下の問(1)~(4)に全て答えよ。

Answer all the following questions (1)-(4).

- (1) 整数値を格納する線形リスト構造をコンピュータの主記憶上で操作する場合に、配列を用いる実装方法と、ポインタによる片方向の連結リストを用いる実装方法の2通りを考える。両者についてそれぞれ、以下に示す操作に必要な計算ステップ数を O -記法で答えよ。リスト長を n とする。

For manipulating a linear list structure of integer numbers in the main memory of a computer, let us consider the two implementation methods: an array structure, and one-way linked list using pointers. For the two methods, answer the number of computation steps required for executing the following operations in O -notation. Let n be the length of the list.

INSERT(x, p)

ポインタ p が指しているセルの直後に要素 x を挿入する。

Insert an element x at just after the cell located by the pointer p .

DELETE(p)

ポインタ p が指しているセルの次の要素を (もしあれば) 削除する。

Delete an element (if exists) at the next cell of the cell located by the pointer p .

FIND(i)

先頭から i 番目のセルの値を返す。

Return the value of the i -th cell from the head.

NEXT(p)

ポインタ p が指しているセルの次のセルの位置を返す。(ない場合は null を返す。)

Return the location of the next cell of the cell located by the pointer p . (Return null if not exist.)

PREVIOUS(p)

ポインタ p が指しているセルの前のセルの位置を返す。(ない場合は null を返す。)

Return the location of the previous cell of the cell located by the pointer p . (Return null if not exist.)

- (2) 次の疑似コードが示す手続き something について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the procedure "something" shown by the following pseudo code.

```
something(int a, int b) {
    if(b == 0) return a;
    int r = a;
    while(r >= b) r = r - b;
    return something(b, r);
}
```

- (a) $a = 12, b = 15$ を引数として与えたときに得られる返り値を求めよ。

Answer the return value of this procedure for the given arguments $a = 12$ and $b = 15$.

- (b) この手続きは、正整数の組を入力したときに何を計算するものであるか、入力と出力との間の算術的な関係を述べよ。

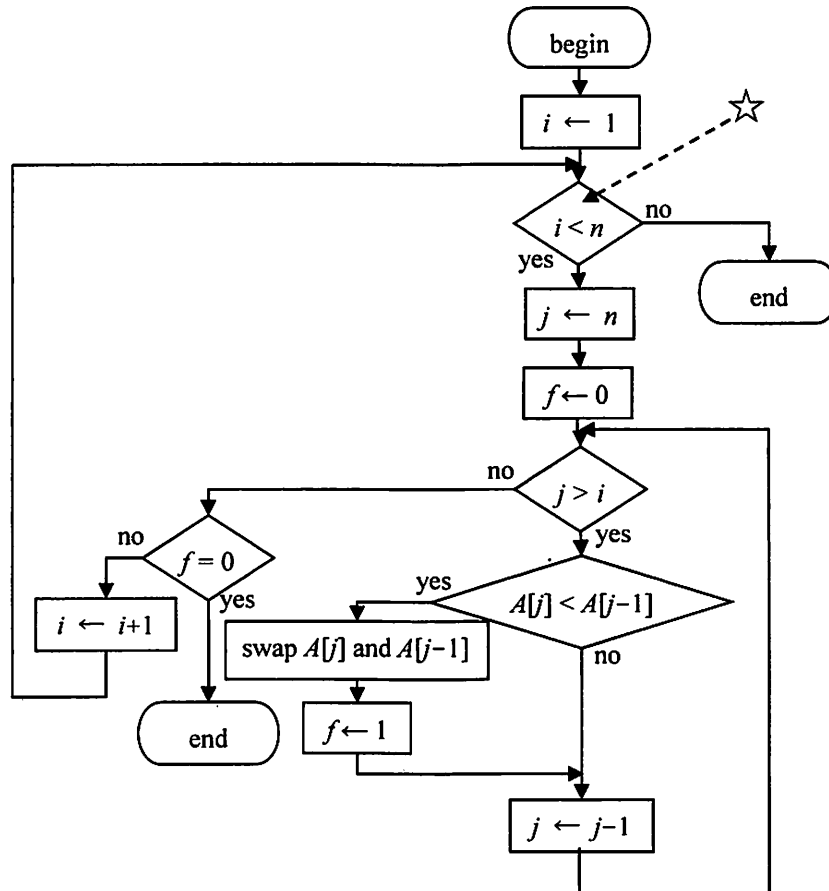
What is calculated by this procedure if a pair of positive integers is input? Answer the arithmetic relation between the input and the output.

- (c) 入力の少なくとも一方が 0 または負の整数であった場合、どんな動作が起こるかを説明せよ。

Explain the behavior of this procedure if at least one of the input integers is less than or equal to zero.

- (3) 下記のフローチャートは配列 $A[1] \sim A[n]$ に格納された数値データを操作するアルゴリズムを表している。以下の問に答えよ。

The following flowchart represents an algorithm manipulating a given array $A[1] \dots A[n]$, each of which stores a numerical data. Answer the following questions.



- (a) このアルゴリズムは配列 $A[1] \dots A[n]$ の内容を最終的にどのように変化させるかを説明せよ。
 Explain how the contents of the array $A[1] \dots A[n]$ will be changed eventually by this algorithm.
- (b) $n = 10$ のとき、☆印で示したブロックは最大で何回通るか。
 When $n = 10$, how many times will the ☆-marked block be visited at most?
- (c) $n = 6$ で、 $A[1] \dots A[6]$ の初期値がそれぞれ 4, 1, 7, 5, 8, 9 のとき、☆印のブロックを通るたびに、 $A[1] \dots A[6]$ の値はどのように変化しているか。順を追って記せ。
 When $n = 6$ and the initial values of $A[1] \dots A[6]$ are 4, 1, 7, 5, 8, 9, then how will the values of $A[1] \dots A[6]$ be changed on each visit of the ☆-marked block during execution?
 List up those values on each visit.
- (4) マージソートを用いて 1 本の数列データを整列するアルゴリズムの基本的手順を述べよ。さらに数列データの要素数を n として、その時間計算量について説明せよ。
 Describe the basic procedure of an algorithm for sorting a sequence of numerical data using merge sort. Then, explain its time complexity using n as the length of the sequence.

A-7

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given below.)

(1) 2進表現について、以下の問に答えよ。

(a) 次の10進数を8ビットの2の補数表現で表せ。

(i) +88

(ii) -72

(b) 次の8ビットの2の補数表現の2進数を8ビットの符号付き絶対値表現に変換せよ。

(i) 10101010

(ii) 11010101

(c) 次の8ビットの符号付き絶対値表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ。

(i) 00101010 + 10101011

(ii) 10101010 + 10101010

(iii) 11010101 - 01010101

(iv) 10101011 - 10101010

(d) 次の8ビットの2の補数表現の2進数の乗算結果を16ビットの2の補数表現の2進数で示せ。

01110111 × 10001000

(2) 浮動小数点数の加算の手順について説明せよ。

(3) プロセッサにおけるデータアドレッシングモードについて説明せよ。

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions on the binary number representation.

(a) Express the following decimal numbers in the 8-bit two's complement representation.

(i) +88

(ii) -72

(b) Convert the following 8-bit two's complement binary numbers into the 8-bit sign-and-magnitude binary representation.

(i) 10101010

(ii) 11010101

(c) Show the results of the following additions and subtractions in the 8-bit sign-and-magnitude binary number system.

(i) 00101010 + 10101011

(ii) 10101010 + 10101010

(iii) 11010101 - 01010101

(iv) 10101011 - 10101010

(d) Show the result of the following multiplication of 8-bit two's complement binary numbers in the 16-bit two's complement binary representation.

01110111 × 10001000

(2) Explain the procedure of addition of floating-point numbers

(3) Explain 'data addressing modes' in processors.

A-8

下記の全ての問に答えよ。

Answer all the following questions.

プログラムを記述する問題においては、使用するプログラミング言語を以下からひとつ選択し明示すること: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Standard ML, Haskell.

In questions where you are supposed to give a program, declare the programming language that you use from the following choices: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Standard ML, and Haskell.

(1) プログラミング言語に関連する以下の用語について、プログラム例を使って説明せよ。

Explain the following terms related to programming languages, using program examples.

(a) 多相性 polymorphism

(b) モジュールと実装の隠蔽 modules and implementation hiding

(2) 以下の問に答えよ。

Answer the following questions.

(a) 1 変数整数係数多項式を表現するためのデータ型と多項式 $5x^3 + 4x - 10$ を表すデータを構成するプログラムを与えよ。

Give a data type to represent 1-variable polynomials with integer coefficients and a program to construct a datum that represents $5x^3 + 4x - 10$.

(b) 二つの多項式 $P_1(x), P_2(x)$ を入力として、 $P_1(x)$ と $P_2(x)$ の和を出力するプログラムを示せ。

Give a program that takes two polynomials $P_1(x)$ and $P_2(x)$ as inputs, and outputs the sum of $P_1(x)$ and $P_2(x)$.

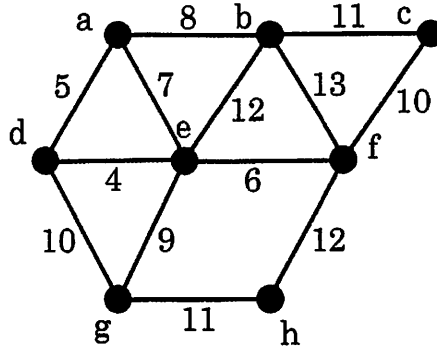
(c) 二つの多項式 $P_1(x), P_2(x)$ を入力として、 $P_1(x)$ と $P_2(x)$ の積を出力するプログラムを示せ。

Give a program that takes two polynomials $P_1(x)$ and $P_2(x)$ as inputs, and outputs the product of $P_1(x)$ and $P_2(x)$.

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

本問題で現れるグラフはすべて自己ループと多重枝を持たないと仮定する。

図(a) は枝重み付きグラフを表す。頂点のそばに書かれている文字は頂点ラベル、枝のそばに書かれている数字は枝の重みを表す。枝 e の重みを $w(e)$ と表記する。以下の問に答えよ。



図(a)

(1) 図(a)のグラフについて、重みが最小の全域木を求めよ。ここで、木の重みとは、木を構成する枝の重みの総和のことである。答えは曖昧さのないように図で描くこと。

(2) 図(a)のグラフについて、頂点 c, d, h を含む重みが最小の木を求めよ。答えは曖昧さのないように図で描くこと。

(3) 以下の疑似コードは、入力グラフに対し、重みが最小の全域木を求めるアルゴリズムである。以下の問に答えよ。

(a) 空欄 A を埋めよ。

(b) 空欄 A に書いた条件が成り立つかどうか判定する方法を具体的に書け。

(c) この疑似コードは入力グラフが連結な場合、重みが最小の全域木を必ず出力することを証明せよ。

入力グラフを $G = (V, E)$ とする。

ステップ 1. T を空集合とする。 E の枝を重みの小さい順に e_1, e_2, \dots, e_m とする。(すなわち、 $w(e_1) \leq w(e_2) \leq \dots \leq w(e_m)$ が成り立つ。)

ステップ 2. $i = 1$ とする。

ステップ 3. もし A ならば、 T に e_i を加える。

ステップ 4. $i = m$ ならば T を出力する。そうでなければ、 i を 1 増やしてステップ 3 に移る。

(4) グラフ $G = (V, E)$ と、 G 上の全域木 T が与えられるとする。 T に含まれない E の枝を 1 つとり、それを e とする。以下の問に答えよ。

(a) T に e を加えて構成されるグラフ $(V, T \cup \{e\})$ には閉路(サイクル)がちょうど 1 つ存在することを証明せよ。

(b) $(V, T \cup \{e\})$ 上の閉路を $F(T, e)$ と表記する。以下の命題(i), (ii) が同値であるかどうか答え、同値であるなら証明し、同値でなければ反例を与えよ。

(i) T は重みが最小の全域木である。

(ii) T に含まれない E の任意の枝 f と、 $F(T, f)$ に含まれる任意の枝 e' について $w(e') \leq w(f)$ が成り立つ。

Answer all the following questions.

Assume that all graphs appearing in this question have no self-loops and parallel edges.

An edge-weighted graph is shown in Figure (a). The characters beside vertices are vertex labels and the numbers beside edges are weights of edges. For an edge e , let $w(e)$ denote the weight of e . Answer all the questions.

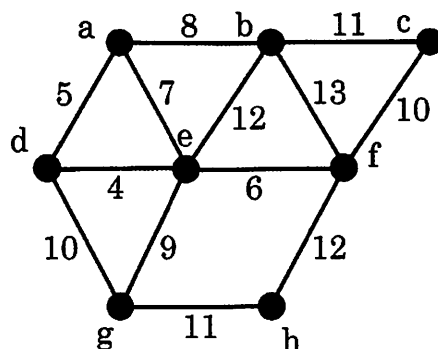


Figure (a)

(1) For the graph shown in Figure (a), find a spanning tree on the graph with minimum weight, where the weight of a tree is the sum of the weights of the edges in the tree. Draw the answer as a figure without ambiguity.

(2) For the graph shown in Figure (a), find a tree on the graph with minimum weight that includes vertices c , d , and h . Draw the answer as a figure without ambiguity.

(3) The following pseudocode is an algorithm that computes a spanning tree with minimum weight for the input graph. Answer the following questions.

(a) Fill blank .

(b) Write a concrete way of deciding whether the condition you have written in is satisfied or not.

(c) Prove that the pseudocode certainly outputs a spanning tree with minimum weight if the input graph is connected.

Let $G = (V, E)$ be an input graph.

Step 1. Let T be the empty set. Let e_1, e_2, \dots, e_m be the edges in E in the ascending order of their weights. (That is, $w(e_1) \leq w(e_2) \leq \dots \leq w(e_m)$ holds.)

Step 2. Let $i = 1$.

Step 3. If , add e_i to T .

Step 4. If $i = m$, output T . Otherwise, increase i by 1 and go to Step 3.

(4) A graph $G = (V, E)$ and a spanning tree T on G are given. Let e be an edge of E that is not included in T . Answer the following questions.

(a) Prove that the graph $(V, T \cup \{e\})$, which is constructed by adding e to T , has exactly one cycle.

(b) Let $F(T, e)$ denote the cycle in $(V, T \cup \{e\})$. Answer whether the following propositions (i) and (ii) are equivalent or not. Prove if they are equivalent. Give a counterexample if they are not equivalent.

(i) T is a spanning tree with minimum weight.

(ii) For all edges f in E that is not included in T and all edges e' in $F(T, f)$,
 $w(e') \leq w(f)$ holds.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学選抜試験問題
(2020 年度 10 月期入学・2021 年度 4 月期入学)

Admissions for October 2020 and for April 2021

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2020年8月2日 9:00－12:00

August 2, 2020 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎B
Problem Set B

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎B」の問題用紙で、表紙共に 16 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は8問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set B**” in 16 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 8 questions;** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, and B-8. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

B-1, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**の8問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer 4 questions out of **B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, and **B-8**.

B-1

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 下記のデジタル伝送技術に関する問に答えよ。

- (a) 最高周波数が 20 kHz のオーディオ信号を, 16 ビット量子化により PCM (Pulse Code Modulation) 伝送する. 必要なビット速度を求めよ.
- (b) 問 (a) のビット列を, 1024QAM (Quadrature Amplitude Modulation) で伝送する場合に必要なシンボル速度を求めよ.
- (c) 遅延時間差が 20 μ s である 2 波を持つ伝搬路の周波数伝達関数を示せ.
- (d) 問 (a) のビット列を, サブキャリアの変調方式が 1024QAM である OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号として, 問 (c) の伝搬路で伝送する. ガードインターバル長を OFDM シンボル長の 20% 以下とするために必要な最低限のサブキャリア数を求めよ. なお, OFDM シンボルは, ガードインターバルと有効シンボルで構成される.

(2) 通信ネットワークに関する以下の問に答えよ。

- (a) 単位時間当たりの平均到着数を λ とする呼がポアソン過程に従って到着するとき, 時間 t の間に k 個の呼が到着する確率 $P(k, t)$ は, 次式で与えられる.

$$P(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

$\sum_{k=0}^{\infty} k P(k, t)$ を求めよ.

- (b) 問 (a) において, 続いて到着する 2 つの呼の到着間隔が t より大きくなる確率を求めよ.
- (c) 問 (a) において, 続いて到着する 2 つの呼の到着間隔の確率密度関数を問 (b) の結果から求めよ.
- (d) グループ 1 とグループ 2 において, それぞれ, 単位時間当たりの平均到着数を λ_1 と λ_2 とする呼がポアソン過程に従って到着する. グループ 1 とグループ 2 の呼の到着過程は互いに独立であると仮定する. 時間 t の間にグループ 1 とグループ 2 で合わせて k' 個の呼が到着する確率を与える式を求め, その導出した式を説明せよ.

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to digital transmission techniques.

- (a) Find the required bit rate of Pulse Code Modulation (PCM) transmissions using 16-bit quantization to transmit an audio signal with frequency up to 20 kHz.
- (b) Find the required symbol rate to transmit the bit stream of Question (a) by 1024QAM (Quadrature Amplitude Modulation).
- (c) Find the frequency transfer function of the channel with two paths of $20\mu\text{s}$ delay time difference.
- (d) Suppose Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) transmissions with 1024QAM subcarrier modulation of the bit stream in Question (a) over the channel in Question (c). Find the minimum number of subcarriers in order for the guard interval to be less than or equal to 20% of the OFDM symbol. Note that an OFDM symbol consists of guard interval and effective symbols.

(2) Answer the following questions related to communication networks.

- (a) Consider that calls arrive following a Poisson process with the average number of calls per unit time, λ . The probability, $P(k, t)$, that k calls arrive during a period of time t is given by:

$$P(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

Find $\sum_{k=0}^{\infty} kP(k, t)$.

- (b) In Question (a), find the probability that the inter-arrival time of two consecutive calls is larger than t .
- (c) In Question (a), find the probability density function of the inter-arrival time of two consecutive calls from the result of Question (b).
- (d) In groups 1 and 2, calls arrive following a Poisson process with the average number of calls per unit time, λ_1 and λ_2 , respectively. We assume that the call arrival processes in groups 1 and 2 are independent each other. Find the formula that gives the probability that k' calls aggregated in groups 1 and 2 arrive during a period of time t , and explain the formula.

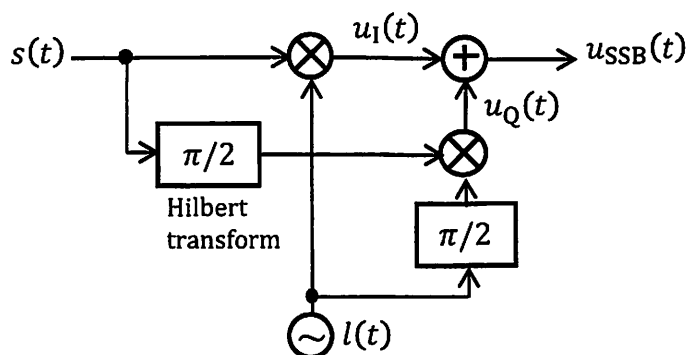
B-2

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 単側波帯(SSB)変調方式について以下の問に答えよ.

単側波帯変調器を図(a)に示す. ただし, $s(t) = \frac{1}{2} \cos 2\pi f_m t + \cos 2\pi f_n t$,

$l(t) = A_t \cos 2\pi f_c t$ であり, $0 < f_m < f_n \ll f_c$ である.



図(a)

(a) 図(a)の $u_I(t)$ と $u_Q(t)$ を導出せよ.

(b) 図(a)の $u_{SSB}(t)$ を導出し, $u_{SSB}(t)$ のフーリエ変換 $U_{SSB}(f)$ を導出せよ.

(c) $u_{SSB}(t)$ を受信する場合の同期検波器の構成を図示し, 動作について述べよ.

(d) 同期検波器の局部発振器信号 $g(t)$ が次式で与えられるとき,

$$g(t) = A_r \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

復調信号 $r(t)$ を導出せよ.

(2) デジタル通信技術に関する以下の問に答えよ.

(a) シンボル間隔 T のベースバンドデジタル信号を考える. この信号に適用するロールオフファクタ α のレイズドコサインフィルタの周波数伝達関数を示せ.

(b) 問(a)のフィルタはナイキストフィルタと呼ばれ, デジタル通信においてシンボル間干渉を生じない条件を満たす. その理由を説明せよ.

(c) グレイ符号について述べ, 8PSK 変調についてそのマッピング例を示せ.

Answer all the following questions.

- (1) Answer the following questions related to the single sideband(SSB) modulation scheme.

A single sideband modulator is shown in Figure (a),

where $s(t) = \frac{1}{2} \cos 2\pi f_m t + \cos 2\pi f_n t$, $l(t) = A_t \cos 2\pi f_c t$,

and $0 < f_m < f_n \ll f_c$.

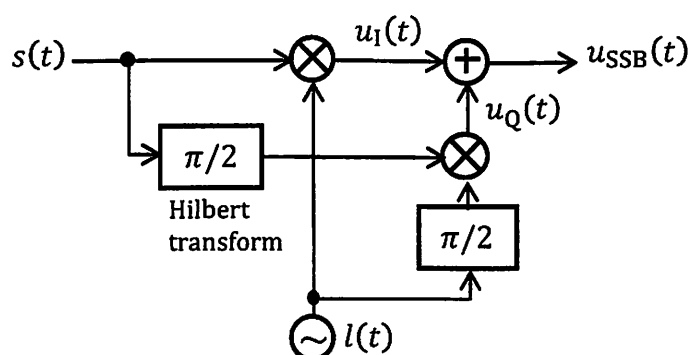


Figure (a)

- Find the signals $u_I(t)$ and $u_Q(t)$ in Figure (a).
- Find the signal $u_{SSB}(t)$ in Figure (a), and find the Fourier transform $U_{SSB}(f)$ of $u_{SSB}(t)$.
- Draw a diagram of a coherent detection scheme for $u_{SSB}(t)$ signal, and explain its operation.
- Find the detected signal $r(t)$, when the local oscillator signal $g(t)$ of the coherent detection scheme is given by the following equation:
 $g(t) = A_r \cos(2\pi f_c t + \phi)$.

continued on next page			
次	頁	へ	続
			<

(2) Answer the following questions related to digital communication techniques.

- (a) Consider a digital modulated basedband signal with the symbol duration T . Find the frequency transfer function of a raised cosine filter with the roll-off factor α for the signal.
- (b) The filter in Question (a) is called Nyquist filter, and satisfies the zero intersymbol interference condition in digital communications. Explain the reason.
- (c) Explain Gray code, and show a Gray code mapping for 8PSK.

B-3

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given below.)

- (1) x - y 平面を境界として、誘電率 $4\epsilon_0$ ($z < 0$) と $9\epsilon_0$ ($z \geq 0$) の 2 種類の媒質が接しているとする。両媒質の透磁率はともに μ_0 、導電率はともに 0 とする。 z 軸の負方向から、単色平面電磁波が入射する場合を考える。その電界は x 成分のみを持ち、次式で与えられるものとする。

$$E_x(t, z) = E_1 \exp(j(\omega t - k_1 z)) \quad (z < 0)$$

ただし、 ω は角周波数、 k_1 は波数を表す。このとき以下の問に答えよ。

- この入射波の磁界を与える式を示せ。
 - $z = 0$ における境界条件を述べ、電界の反射係数と透過係数を求めよ。
 - 領域 $z > 0$ および $z < 0$ における全電界および全磁界を与える式を示せ。
 - 領域 $z > 0$ および $z < 0$ におけるポインティングベクトルの大きさと方向を求めよ。
- (2) アンテナに関する次の用語を説明せよ。
- 微小ダイポール
 - 複素ポインティングベクトル
 - エンドファイアアレイ

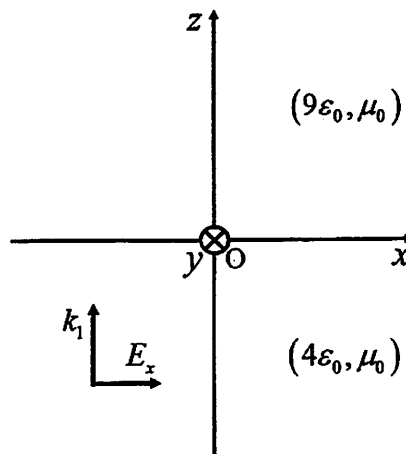
Answer all the following questions.

- (1) Consider that two materials with permittivity $4\epsilon_0$ ($z < 0$) and $9\epsilon_0$ ($z \geq 0$) are placed with x - y plane as the boundary. The permeability and conductivity of both materials are μ_0 and 0, respectively. Let a plane monochromatic electromagnetic wave enter from negative z direction. Its electric field has only the x component, and is given by

$$E_x(t, z) = E_1 \exp(j(\omega t - k_1 z)) \quad (z < 0),$$

where ω is the angular frequency and k_1 is the wave number. Answer the following questions.

- Find the formula that gives the magnetic field of the incident wave.
 - State the boundary condition of the $z = 0$ plane, and find the reflection and transmission coefficients of the electric field.
 - Find formulas that give the total electric and magnetic fields in the region $z > 0$ and $z < 0$.
 - Find the magnitude and direction of the Poynting vector in the region $z > 0$ and $z < 0$.
- (2) Explain the meanings of the following terms related to the antenna.
- Infinitesimal dipole
 - Complex Poynting vector
 - End-fire array



図(a)
Figure (a)

B-4

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 2組の2ビット入力 (a_1, a_0) と (b_1, b_0) により表現される2桁の2進整数 $A = (a_1 a_0)_2$ と $B = (b_1 b_0)_2$ を比較し、 $A > B$ のときには1を、 $A \leq B$ のときには0を出力する比較回路を設計する。出力の論理変数を x として、以下の問に答えよ。

Suppose that we design a circuit that compares two 2-digit binary integers $A = (a_1 a_0)_2$ and $B = (b_1 b_0)_2$ represented by two 2-bit inputs (a_1, a_0) and (b_1, b_0) . It outputs 1 in the case of $A > B$, and outputs 0 in the case of $A \leq B$. Answer the following questions.

- (a) 出力 x を表す論理式の最小積和形表現を求めよ。

Give a minimal sum-of-products expression of output x .

- (b) 出力 x を表す論理式の最小和積形表現を求めよ。

Give a minimal product-of-sums expression of output x .

- (c) 3入力 NAND ゲートのみを用いて、出力 x を求めるゲート数最小の論理回路を示せ。なお、入力として、 a_1, a_0, b_1, b_0 およびそれらの否定 $\overline{a_1}, \overline{a_0}, \overline{b_1}, \overline{b_0}$ と論理値1、論理値0が与えられるものとする。

Derive a logic circuit that realizes x with the minimum number of 3-input NAND gates only. Assume a_1, a_0, b_1, b_0 and their complements $\overline{a_1}, \overline{a_0}, \overline{b_1}, \overline{b_0}$ together with logic values 0 and 1 are available as inputs.

- (2) 1ビットの信号 x を入力とし、1ビットの信号 y を出力する Mealy 型同期式順序回路を設計する。この回路は、現在の入力値が1クロック前の入力値と異なっている場合には1を出力し、現在の入力値が1クロック前の入力値と同じ場合には0を出力する。動作開始時には、1クロック前の入力値は0であったと仮定する。例えば、010110が入力された場合の出力は011101となる。以下の問に答えよ。

Suppose that we design a Mealy-type synchronous sequential circuit that has a 1-bit input x and a 1-bit output y . The circuit outputs 1 when the value of the current input is different from the value at one clock earlier. It outputs 0 when the value of the current input is the same as the value at one clock earlier. At the time the circuit starts operating, it is assumed that the value of the input at one clock earlier is 0. For example, when 010110 is fed to the circuit, it produces 011101. Answer the following questions.

- (a) この回路の状態遷移図を示せ。

Derive a state transition diagram of the circuit.

- (b) 状態数を最小化した状態遷移表と出力表を求めよ。状態数が最小であることをどのようにして確認したかを説明せよ。

continued on next page			
次	頁	へ	続

Show the state transition table and the output table with the minimum number of states. Explain how you verified that the number of states is minimal.

- (c) この回路を最少数の D フリップフロップを用いて実現する。フリップフロップの入力を与える論理関数の最小積和形表現を求めよ。なお、D フリップフロップの初期値は 0 であり、入力と出力を表す論理変数をそれぞれ d と q とせよ。複数のフリップフロップを用いる場合は添字で区別せよ。

We would like to implement the circuit with the minimum number of D flip-flops. Derive the excitation function(s) of D flip-flop(s) in a minimal sum-of-products form. Here, the initial value of a D flip-flop is 0, and logic variables of the input and the output of a D flip-flop are d and q , respectively. If multiple flip-flops are used, distinguish them by subscripts.

- (d) 出力 y の最小積和形表現を求めよ。

Derive the output y in a minimal sum-of-products form.

- (3) 問 (2) の順序回路の出力 y より、元の信号 x を復元する Mealy 型同期式順序回路を設計する。以下の問に答えよ。

Suppose that we design a Mealy-type synchronous sequential circuit that restores the input x from the output y of the sequential circuit in Question (2). Answer the following questions.

- (a) この回路の状態遷移図を示せ。

Derive a state transition diagram of the circuit.

- (b) 状態数を最小化した状態遷移表と出力表を求めよ。011101 の入力に対する状態遷移と出力の様子を説明せよ。

Show the state transition table and the output table with the minimum number of states. Explain the state transition and the output sequence for the input sequence of 011101.

B-5

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) プロセッサがデータ・キャッシュを介して図 (a) に示す主記憶のアドレス (16 進数表記) へ上から順にアクセスする。このキャッシュはブロックサイズが1語で総容量が32語の2ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュである。このキャッシュはライト・バック・キャッシュである。データ・アクセスはloadとstoreの2種類があり、いずれも語 (1語は4バイト) 単位で行われる。図 (a) に示す “Data to be stored” 列は、キャッシュに書き込まれるデータ (16 進数表記) を意味する。キャッシュは当初は空であり、主記憶に格納されているすべてのデータは当初はゼロであるとする。

以下の問に答えよ。

A processor accesses a main memory through a data cache according to the memory addresses (in hexadecimal) shown in Figure (a) from the top to the bottom. The cache is a 2-way set associative cache whose block size is 1 word and the total capacity is 32 words. The cache is a write-back cache. Each access is either a load or a store in unit of word (1-word = 4-byte). The column “Data to be stored” shown in Figure (a) represents data (in hexadecimal) to be written to the cache. The cache is initially empty and all data contents of the main memory are initially zero.

Answer the following questions.

- (a) キャッシュの置き換えアルゴリズムがFIFO (First In First Out) であるとき、図 (a) に示す全てのアクセスが完了した後の主記憶アドレス 0x0000, 0x0004, 0x0008 に格納されているデータの値を、それぞれの理由と合わせて示せ。

Assume the cache replacement policy is FIFO (First In First Out). Show values of data stored in addresses 0x0000, 0x0004, and 0x0008 of the main memory when the processor has completed accessing all the addresses shown in Figure (a). Also explain the reason of your answer.

- (b) キャッシュの置き換えアルゴリズムがLRU (Least Recently Used) であるとき、主記憶に追い出されるアドレスとデータを、その理由と合わせて全て示せ。

Assume the cache replacement policy is LRU (Least Recently Used). Show all the addresses and data that are evicted to the main memory. Also explain the reason of your answer.

- (c) キャッシュの置き換えアルゴリズムの実装におけるウェイ数と回路コストの関係を、FIFO と LRU についてそれぞれ示せ。

Show the relationship between the number of ways and circuit cost when cache replacement algorithms are implemented for the following two cases: FIFO and LRU.

continued on next page			
次	頁	へ	続
			<

Access	Address	Access type	Data to be stored
1	0x0000	store	0x0001
2	0x0004	store	0x0002
3	0x0008	store	0x0003
4	0x0020	load	—
5	0x0000	store	0x0004
6	0x0104	load	—
7	0x0100	load	—
8	0x0024	store	0x0005
9	0x0000	store	0x0006
10	0x0020	store	0x0007

図 (a): メモリアクセス系列

Figure (a) Sequence of memory accesses.

(2) 計算機に関する以下の問に答えよ。

Answer the following questions related to computers.

- (a) VLIW アーキテクチャとはどのようなものか、また、VLIW アーキテクチャにより性能が向上できる理由を説明せよ。

Provide a brief explanation of VLIW architecture. Explain why VLIW architectures can improve performance.

- (b) パイプラインプロセッサにおける制御ハザードによる性能低下を防止する、ソフトウェアによる対策とハードウェアによる対策を一つずつ挙げ、これらが性能低下防止に効果的である理由を説明せよ。

Provide a software-based and a hardware-based measures that mitigate performance degradation of control hazards in pipeline processors. Explain why those measures are effective to mitigate performance degradation.

- (c) 仮想記憶における仮想アドレスと物理アドレスの変換動作について説明せよ。説明中では以下のすべての用語を用いること：ページ表、TLB、ページ・フォールト。

Explain how a virtual address is translated into a physical address. In the explanation, use all the following terms: page table, TLB, and page fault.

B-6

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) L_1 を $\{0,1\}$ 上の文字列のうち、文字列長が偶数であるか、または最後 2 文字が 00 で終わるような文字列からなる言語とする (例えば 1010 や 11000 は L_1 の要素であるが、110 は要素ではない.)。 L_1 を認識する非決定性有限オートマトンの状態遷移図 (ϵ 遷移を使っても良い) を示せ。さらに L_1 を認識する 6 状態の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。

Let L_1 be the language consisting of all the strings over $\{0,1\}$ such that the length is an even number, or ending with 00 in the rightmost position (for example, the strings 1010 and 11000 are in L_1 but 110 is not). Show the state transition diagram of a non-deterministic finite automaton that recognizes L_1 . (You may use ϵ transition.) Then, also show the state transition diagram of deterministic finite automaton for L_1 which consists of six states.

- (2) $\{0,1\}$ 上の文字列のうち、以下の文法で生成される全ての文字列からなる言語を L_2 とする。以下の問に答えよ。

Let L_2 be the language consisting of all strings over $\{0,1\}$ generated by the following grammar. Answer the following questions.

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0, \\ S \rightarrow 1, \\ S \rightarrow 0S0, \\ S \rightarrow 1S1. \end{array} \right.$$

- (a) L_2 が含む文字列の性質を簡潔に説明せよ。

Briefly explain the property of the strings included in L_2 .

- (b) L_2 が正規言語に属するか否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove that L_2 is a regular language.

- (c) L_2 が文脈自由言語に属するか否かを答え、その理由を述べよ。

Answer whether L_2 is a context free language or not, with the reason why.

- (3) 計算量のクラスに関して、 $P \subseteq PSPACE$ が成り立つか否かを答え、それを証明せよ。

On the computational complexity classes, prove or disprove: $P \subseteq PSPACE$.

B-7

以下のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

文脈自由文法 G は終端記号の集合 $\mathcal{T} := \{x, +, *, (,)\}$, 非終端記号の集合 $\mathcal{N} := \{E\}$, 開始記号 E と, 以下の導出規則からなる.

$$\begin{aligned} E &\rightarrow x \\ E &\rightarrow (E) \\ E &\rightarrow E + E \\ E &\rightarrow E * E \end{aligned}$$

- (1) 文法 G の言語に属する終端記号列で導出木を複数持つものを 1 つ答えよ. その終端記号列が持つ複数の導出木も書け.
- (2) 以下の条件をすべて満たす文脈自由文法 L は存在するか. 存在するならばその文法を与え, 存在しないならばその理由を答えよ.
 - 文法 L の生成する言語と文法 G の生成する言語は同じである.
 - 文法 L は曖昧ではない.
 - 文法 L においては演算子 $*$ の優先順位は $+$ より高く, 演算子 $*$ と $+$ とはいずれも左結合である.
- (3) (2) であなたが与えた文法 L に LL(1) 構文解析アルゴリズムを適用することは可能か. 理由とともに答えよ. ただし, L が存在しないならば「存在しない」と答えよ.
- (4) (2) であなたが与えた文法 L は LR(0) 文法か. 理由とともに答えよ. ただし, L が存在しないならば「存在しない」と答えよ.
- (5) オペレーティングシステムに関する以下の用語について説明せよ. 図を用いてもよい.
 1. ラウンドロビンスケジューリング
 2. クリティカルセクション
 3. 軽量プロセス
 4. 割込みベクタ

Answer all the following questions.

A context-free grammar G is equipped with the set \mathcal{T} of terminal symbols $\{x, +, *, (,)\}$, the set \mathcal{N} of non-terminal symbols $\{E\}$ where the initial symbol is E , and the following rewriting rules:

$$\begin{aligned}E &\rightarrow x \\E &\rightarrow (E) \\E &\rightarrow E + E \\E &\rightarrow E * E\end{aligned}$$

- (1) Give a sequence of the terminal symbols that belongs to G and has different derivation trees. You must also write its derivation trees.
- (2) Does a context-free grammar L that satisfies all of the following conditions exist? If there exists, define the grammar. If no such grammar exists, explain why.
 - The language generated by L is the same as that of G .
 - The grammar L is not ambiguous.
 - In the grammar L , the precedence of the operator $*$ is higher than $+$, and both $*$ and $+$ are left-associative.
- (3) Can the LL(1) parsing algorithm be applied to the grammar L that you answered in (2)? Answer with an explanation. If you answered that the grammar L that satisfies the conditions in (2) does not exist, answer " L does not exist".
- (4) Is the grammar L that you answered in (2) an LR(0) grammar? Answer with an explanation. If you answered that the grammar L that satisfies the conditions in (2) does not exist, answer " L does not exist".
- (5) Explain the following terms related to operating systems. You may use figures.
 1. Round-robin scheduling
 2. Critical section
 3. Light-weight process
 4. Interrupt vector

B-8

以下の全ての問に答えよ。 (English translation is given on the next page.)

(1) ブール値を持つ型付λ計算を下に示す構文, 簡約規則, 型付け規則によって定義する。ただし, $[x := N]$ は変数 x へ N を代入する操作, 簡約関係 $M \rightarrow M'$ は簡約規則で閉じた最小の関係, 関係 $M \rightarrow^* M'$ はその反射的推移的閉包とする。型付け関係 $\Gamma \vdash M : \tau$ は型付け規則で閉じた最小の関係, 型環境 Γ は, 変数と型の組 $x : \tau$ の有限列で変数に重複がないものである。空列は \bullet で表記する。

構文:

$$\begin{aligned} \text{項 } M, N, P &::= x \mid \lambda x. M \mid M M \mid \text{true} \mid \text{false} \mid M?M:P \\ \text{型 } \tau &::= \text{bool} \mid \tau \rightarrow \tau \end{aligned}$$

簡約規則:

$$\begin{aligned} (\lambda x. M) N &\rightarrow M[x := N] \\ \text{true?}M:N &\rightarrow M \\ \text{false?}M:N &\rightarrow N \\ \frac{M \rightarrow M'}{M N \rightarrow M' N} &\quad \frac{M \rightarrow M'}{M?N:P \rightarrow M'?N:P} \end{aligned}$$

型付け規則:

$$\begin{aligned} \frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \quad & \frac{}{\Gamma \vdash \text{true} : \text{bool}} \quad \frac{}{\Gamma \vdash \text{false} : \text{bool}} \quad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash \lambda x. M : \tau_1 \rightarrow \tau_2} \\ \frac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash M N : \tau_2} \quad & \frac{\Gamma \vdash M : \text{bool} \quad \Gamma \vdash N : \tau \quad \Gamma \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (M?N:P) : \tau} \end{aligned}$$

(a) $(\lambda x. (x?x:\text{false})) ((\lambda y. y) \text{true}) \rightarrow^* N$ を満たす N を全て挙げよ。

(b) 型付け関係 $\bullet \vdash M_2 : \text{bool} \rightarrow (\text{bool} \rightarrow \text{bool})$ が成立し, かつ, 任意の $P_1, P_2 \in \{\text{true}, \text{false}\}$ に対し

$$(M_2 P_1) P_2 \rightarrow^* \begin{cases} \text{false} & (\text{if } P_1 = P_2 = \text{true}) \\ \text{true} & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

を満たす M_2 を与え, $\bullet \vdash M_2 : \text{bool} \rightarrow (\text{bool} \rightarrow \text{bool})$ の導出を示せ。

(c) この型付λ計算における subject reduction 性とはどういう性質か。性質の文言を与え, その意義を述べよ。

(2) 論理式 A, B を BNF $A, B ::= p \mid \perp \mid A \supset B$ で定義する。ここで p は命題変数を表す。論理体系 ND を以下の推論規則で定義する。ここで, Γ は論理式の有限集合を表すとする。

$$\frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash B} \quad \frac{\Gamma \cup \{A \supset \perp\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}$$

以下の判断 (a)~(d) の ND における導出を与えよ。

(a) $\{A \supset (B \supset C)\} \vdash B \supset (A \supset C)$

(c) $\emptyset \vdash A \supset ((A \supset \perp) \supset B)$

(b) $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash A \supset C$

(d) $\emptyset \vdash ((A \supset B) \supset A) \supset A$

Answer all the following questions.

(1) A typed λ -calculus with Boolean values is defined by the following syntax, reduction rules, and typing rules. Here, $[x := N]$ denotes substitution of N for x , the reduction relation $M \rightarrow M'$ is the least relation closed by the reduction rules, and the relation $M \rightarrow^* M'$ is its reflexive and transitive closure. The typing relation $\Gamma \vdash M : \tau$ is the least relation closed by the typing rules. A type environment Γ is a finite sequence of pairs $x : \tau$ of a variable and a type, where all the variables are distinct. The empty sequence is denoted by \bullet .

Syntax:	
Terms	$M, N, P ::= x \mid \lambda x. M \mid M M \mid \text{true} \mid \text{false} \mid M ? M : M$
Types	$\tau ::= \text{bool} \mid \tau \rightarrow \tau$
Reduction Rules:	
$(\lambda x. M) N \rightarrow M[x := N]$	
$\text{true} ? M : N \rightarrow M$	
$\text{false} ? M : N \rightarrow N$	
$\frac{M \rightarrow M'}{M N \rightarrow M' N}$	$\frac{M \rightarrow M'}{M ? N : P \rightarrow M' ? N : P}$
Typing Rules:	
$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau}$	$\frac{}{\Gamma \vdash \text{true} : \text{bool}}$
$\frac{}{\Gamma \vdash \text{false} : \text{bool}}$	$\frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash \lambda x. M : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$
$\frac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash M N : \tau_2}$	$\frac{\Gamma \vdash M : \text{bool} \quad \Gamma \vdash N : \tau \quad \Gamma \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (M ? N : P) : \tau}$

- (a) Enumerate all the terms N that satisfy $(\lambda x. (x ? x : \text{false})) ((\lambda y. y) \text{true}) \rightarrow^* N$.
- (b) Give a term M_2 such that the typing relation $\bullet \vdash M_2 : \text{bool} \rightarrow (\text{bool} \rightarrow \text{bool})$ holds and, for any $P_1, P_2 \in \{\text{true}, \text{false}\}$,

$$(M_2 P_1) P_2 \rightarrow^* \begin{cases} \text{false} & (\text{if } P_1 = P_2 = \text{true}) \\ \text{true} & (\text{otherwise}). \end{cases}$$

Show a derivation of $\bullet \vdash M_2 : \text{bool} \rightarrow (\text{bool} \rightarrow \text{bool})$.

- (c) What is the subject reduction property of this typed λ -calculus? Give a statement of the property and explain its significance.

(2) Logical formulas A and B are defined by the following BNF: $A, B ::= p \mid \perp \mid A \supset B$. Here, p stands for a propositional variable. The proof system ND is defined by the following inference rules. Γ stands for a finite set of logical formulas.

$$\frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash B} \quad \frac{\Gamma \cup \{A \supset \perp\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B \quad \Gamma \vdash A \supset B}{\Gamma \vdash B}$$

Give a derivation of each judgment (a)–(d) below in ND.

- (a) $\{A \supset (B \supset C)\} \vdash B \supset (A \supset C)$ (c) $\emptyset \vdash A \supset ((A \supset \perp) \supset B)$
- (b) $\{A \supset B, B \supset C\} \vdash A \supset C$ (d) $\emptyset \vdash ((A \supset B) \supset A) \supset A$